

Eine Einführung für Mathematikstudenten

Dr. Robert Artazyan



Download free books at

bookboon.com

Dr. Robert Artazyan

Eine Einführung für Mathematikstudenten



Eine Einführung für Mathematikstudenten
© 2012 Dr. Robert Artazyan & Ventus Publishing ApS
ISBN 978-87-403-0062-8

Inhalt

	Einleitung	5
1	Umformungen	6
2	Gleichungen	8
3	Kombinatorik	9
4	Matrizen	10
5	Differ. Rechnungen	11
6	Integral Rechnungen	12
	Lösungen	13

Wenn ein

Server

für Sie kein
Wassersportler
ist...

 **IT-Jobs bei Lidl**
it-bei-lidl.com



Einleitung

Dieses Buch ist für Studienanfänger, die keine solide, aber wenigstens basis mathematische Grundausbildung für das Studium benötigen.

Es werden unterschiedliche Aspekte der Algebra und der Analysis abgedeckt.

Die verschiedenen Aufgaben mit ausführlichen Lösungen sollen ein grundsätzliches Verständnis und einen guten Zugang zu den Themen ermöglichen.

In dem Buch wird besonderer Wert auf die Ausbildung einer strukturellen und algorithmischen Denkweise gelegt.

Inhaltlich werden zunächst Umformungen und Gleichungen mit Potenzen und Wurzeln behandelt.

Anschließend werden einige kombinatorische Themen bearbeitet. Danach kommen Aufgaben mit Matrizen und am Ende werden Differenzial- und Integral-Rechnung abgehandelt.

Der Autor ist ein promovierter Mathematiker mit jahrelanger Lehrerfahrung an technischen Hochschulen.

1 Umformungen

Hier sind einige Summen , Produkt und Potenzregeln zusammen gefasst:

$$1. \quad a + b = b + a \quad - \text{kommutatives Gesetz für Summe}$$

$$2. \quad (a + b) + c = a + (b + c) \quad - \text{assoziatives Gesetz}$$

$$3. \quad a * (b + c) = a * b + a * c \quad - \text{distributives Gesetz}$$

$$4. \quad a - (b - c) = a - b + c \quad - \text{ausklammern}$$

$$5. \quad a + (b - c) = a + b - c \quad - \text{ausklammern}$$

$$6. \quad \frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a*c}{b*d} \quad - \text{Multiplikation der Brüche}$$

$$7. \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a*d}{b*c} \quad - \text{Division der Brüche}$$

$$8. \quad a^m * a^n = a^{m+n}$$

$$9. \quad a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$10. \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$11. \quad (a^m)^n = a^{m*n}$$

$$12. \quad a^0 = 1$$

$$13. \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

Aufgaben:

$$N1(1-1): \quad \frac{\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : \frac{9}{8}}{(17 - 15,444) : 55,6 + 1,99}$$

$$N2(1-2): \quad \frac{\left(5,25 + 3\frac{2}{3}\right) : 1,07}{\left(7,6 - 3\frac{4}{5}\right) : 0,19} + \frac{\left(2,75 + 3\frac{5}{6}\right) : 79}{\left(10,75 - 8\frac{1}{2}\right) * \frac{4}{63}}$$

$$N3(1-3): \quad \frac{0,6 + 4 * \left(8 - 0,9 * \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right)\right)}{\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{7}\right) * \frac{2}{5} : 8,2 + \frac{33}{35}} - 28,6$$

$$N4 (1-4): \quad \frac{4\frac{3}{5} : \left(\frac{19}{40} + 0,8 - 0,125\right) - 3}{\left(\frac{2}{7} + \frac{75}{14}\right) : 7,9 + \frac{2}{7}}$$

$$N5 (1-5): \quad \frac{31,5 : 12\frac{3}{5} + 47,5 : 11\frac{7}{8}}{29,4 : 10\frac{4}{29} + 2,3}$$

$$\text{N6 (1-6):} \quad \frac{2 * (a-b)}{[\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}]^2 + [\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}]^2} * \frac{a+b+\sqrt{a*b}}{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}$$

$$\text{N7 (1-7):} \quad \frac{\sqrt{\left(a^{\frac{1}{n}} + a^{\frac{1}{m}}\right)^2 + 4 * a^{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}}{\sqrt{\left(a^{\frac{2}{n}} + a^{\frac{2}{m}}\right)^2 - 4 * a^{\frac{2}{n}+\frac{2}{m}}}}$$

$$\text{N8 (1-8):} \quad \frac{x^2-3x-1}{3x^2-6x} - \frac{12-3x}{8-4x}$$

$$\text{N9 (1-9):} \quad \frac{x-1}{x^{5/4}+x^{3/2}} * \frac{x+1}{1+x^{1/2}} * x^{1/4} + 1$$

$$\text{N10 (1-10):} \quad \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} * \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right) : \frac{a-b-c}{abc}$$

$$\text{N11 (1-11):} \quad \frac{(x^2-y^2)*(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y})}{\sqrt[3]{x^5}-\sqrt[3]{y^5}+\sqrt[3]{x^2y^3}-\sqrt[3]{x^3y^2}} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})$$

$$\text{N12 (1-12):} \quad \frac{\left(p^2 - \frac{1}{q^2}\right)^p * \left(p - \frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q^2 - \frac{1}{p^2}\right)^q * \left(p + \frac{1}{q}\right)^{p-q}}$$

$$\text{N13 (1-13):} \quad \left(\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b}} + \frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2}-a+b} \right) : \sqrt{\frac{a^2}{b^2}-1}$$

$$\text{N14 (1-14):} \quad \frac{2 * (a-b)}{(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})^2 + (\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})^2} * \frac{a+b+\sqrt{ab}}{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}$$

$$\text{N15 (1-15):} \quad \sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = x$$

2 Gleichungen

Hier werden die Aufgaben mit quadratischen ,biquadratischen, würzel und logarithmischen Gleichungen behandelt. Dafür braucht man die folgende Formeln:

$$\text{N16 (2-1):} \quad x-9 + \frac{5}{x-9} = 6$$

$$\text{N17 (2-2):} \quad x^4 + \frac{21}{2+x^4} = 8$$

$$\text{N18 (2-3):} \quad \frac{8}{8+x^2} + \frac{11}{11+x^2} = 2$$

$$\text{N19 (2-4):} \quad \sqrt{7x-21} + \sqrt{2x+21} = 3 * \sqrt{x}$$

$$\text{N20 (2-5):} \quad \sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = 2$$

$$\text{N21 (2-6):} \quad \sqrt{21-x} + \sqrt{9-x} = 8$$

$$\text{N22 (2-7):} \quad \sqrt[10]{\frac{6-x}{x+2}} + \sqrt[10]{\frac{x+2}{6-x}} = 2$$

$$\text{N23 (2-8):} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0$$

$$\text{N24 (2-9):} \quad \log 2 + \left(2 + \frac{1}{2x}\right) * \log 5 = \log \left(5^{\frac{1}{x}} - 9375\right)$$

$$\text{N25 (2-10):} \quad \log(3-x) - \frac{1}{3} \log(9-x^3) = 0$$

$$\text{N26 (2-11):} \quad (\log_3(9x))^2 - \log_3\left(\frac{x^2}{27}\right) = 6$$

$$\text{N27 (2-12):} \quad \log(\log x) + \log(\log x^5 - 4) = 0$$

$$\text{N28 (2-13):} \quad (\log_2 x)^2 - \log_2 x^7 = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 64$$

$$\text{N29 (2-14):} \quad \sin(2x) + 5 = 3 * (\tan x + \cot x)$$

$$\text{N30 (2-15):} \quad (\sin x - \cos x)^2 = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$$

$$\text{N31 (2-16):} \quad \cos(2x) + 2(\sin x)^3 - \sin x = 0$$

$$\text{N32 (2-17):} \quad (\sin(3x))^4 + (\cos(3x))^4 = \sin(3x) \cos(3x)$$

$$\text{N33 (2-18):} \quad \sin(5x) + \sin(7x) = \sin(16x) - \sin(4x)$$

$$\text{N34 (2-19):} \quad \sin(9x) - \sin(5x) = \cos(8x) + \cos(6x)$$

$$\text{N35(2-20):} \quad \cos x \cos(2x) \cos(4x) \cos(8x) \cos(16x) = \frac{1}{32}$$

3 Kombinatorik

Hier sind einige Teile aus Kombinatorik , nämlich:

1. Zahles Systeme

$$\text{N36 (3-1):} \quad (3051)_{10} \rightarrow (x)_5$$

$$\text{N37 (3-2):} \quad (305)_7 \rightarrow (x)_{10}$$

$$\text{N39 (3-4):} \quad (100111001101)_2 \rightarrow (x)_4, (x)_8, (x)_H$$

2. Rekursiven Definitionen

$$\text{N40 (3-5):} \quad a_n = 3a_{n-1} + 2, \quad a_1 = 5$$

$$\text{N41 (3-6):} \quad a_n = 5a_{n-1} - 3, \quad a_1 = 7$$

3. Binomischer Lehrsatz

$$\text{N42 (3-7):} \quad \binom{20}{1} + \binom{20}{3} + \dots + \binom{20}{17} = x$$

$$\text{N43 (3-8):} \quad \binom{30}{2}7^2 + \binom{30}{3}7^3 + \dots + \binom{30}{29}7^{29} = x$$

$$\text{N44 (3-9):} \quad -\binom{17}{2}5^2 + \binom{17}{3}5^3 - \dots - \binom{17}{16}5^{16} = x$$

$$\text{N45 (3-10):} \quad \binom{25}{2}4^2 * 9^{23} + \binom{25}{3}4^3 * 9^{22} + \dots + \binom{25}{24}4^{24} * 9^1 = x$$

4. Vollständige Induktion Methode

$$\text{N46 (3-11):} \quad 1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$$

$$\text{N47 (3-12):} \quad 1+5+9+\dots+(4n-3)=n(2n-1)$$

$$\text{N48 (3-13):} \quad 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n*(n+1)*(2n+1)}{6}$$

4 Matrizen

Hier sind die Aufgaben mit Operationen mit Matrizen , Determinante, inverse Matrizen. Danach kommen die lineare Gleichungen: Gauss Methode, Kraemer Methode und die Rang Analyse.

$$\text{N49 (4-1):} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, k = 2$$

$$B^*A, k^*A, C-k^*B, B^*C^T$$

$$\text{N50(4-2):} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{N51(4-3):} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad A^{-1} = ?$$

$$\text{N52(4-4):} \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

$$\text{N53(4-5):} \quad \begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - y - z = 0 \\ 2x + y + 3z = 3 \end{cases}$$

$$\text{N54(4-6):} \quad \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{N55(4-7):} \quad \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 6 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{N56(4-8):} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5 Differ. Rechnungen

Hier werden die Aufgaben mit Ableitungsregeln und mit Optimierung erklärt.

N57(5-1): $y = \frac{1+x}{1-x}, y' = ?$

N58(5-2): $y = 4^x + x^4 - 3e^x + \sqrt[4]{x}, y' = ?$

N59(5-3): $y = x * \ln x, y' = ?$

N60(5-4): $y = \frac{3x^2 - 7x}{3x - 5}, y' = ?$

N61(5-5): $y = (x^7 - 8x^5 + 4x^2 - 3)^{81}, y' = ?$

N62(5-6): $y = \ln(\sin x), y' = ?$

N63(5-7): $y = e^{3x^5 - 7x}, y' = ?$

N64(5-8): $2(a+b) = 100 \text{ m}; a * b \rightarrow \max$

N65(6-1): $y_1 = x^2 \text{ und } y_2 = x^4;$

EY
Building a better working world

**So müsste er
aussehen: unser
Firmenwagen
für Einsteiger.**

www.de.ey.com/karriere
#BuildersWanted

„EY“ und „wir“ beziehen sich auf alle deutschen Mitgliedsunternehmen von Ernst & Young Global Limited, einer Gesellschaft mit beschränkter Haftung nach englischem Recht. ED:None



6 Integral Rechnungen

Hier werden die Aufgaben mit verschiedenen Integrierungstechniken (Substitution, echt gebrochen Rationalfunktionen und partiale Funktionen) erklärt.

Substitution, echt gebrochen rationalen Funktionen und die partielle Integrierung

$$\text{N66(6-2):} \quad A = \int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx = ?$$

$$\text{N67(6-3):} \quad A = \int (3x - 5)^{43} dx = ?$$

$$\text{N68(6-4):} \quad \int \frac{\ln x}{x} dx = ?$$

$$\text{N69(6-5):} \quad \int \frac{4x^3 - 7}{x^4 - 7x + 9} dx = ?$$

$$\text{N70(6-6):} \quad \int \frac{5 - 2x}{x^2 + 10x + 25} dx = ?$$

$$\text{N71(6-7):} \quad \int \frac{3x^3 + 1}{x^2 - 6x} dx = ?$$

$$\text{N72 (6-8):} \quad \int x^2 \sin x dx$$

$$\text{N73(6-9):} \quad \int e^x \sin x dx = ?$$

$$\text{N74(6-10):} \quad \int x^3 \ln x dx = ?$$

Lösungen

N1 (1-1):

$$\frac{\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : \frac{9}{8}}{(16 - 15,444) : 55,6 + 1,99} = \frac{\frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 2}{12} * \frac{8}{9}}{0,556 : 55,6 + 1,99} =$$

$$\frac{\frac{27}{12} * \frac{8}{9}}{0,01 + 1,99} = \frac{\frac{3 \cdot 2}{3}}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

N2 (1-2):

$$\frac{\left(5,25 + 3\frac{2}{3}\right) : 1,07}{\left(7,6 - 3\frac{4}{5}\right) : 0,19} + \frac{\left(2,75 + 3\frac{5}{6}\right) : 79}{\left(10,75 - 8\frac{1}{2}\right) * \frac{4}{63}} =$$

$$\frac{\left(5\frac{1}{4} + 3\frac{2}{3}\right) * \frac{100}{107}}{\left(\frac{76}{10} - \frac{38}{10}\right) * \frac{100}{19}} + \frac{\left(2\frac{3}{4} + 3\frac{5}{6}\right) : 79}{\left(\frac{43}{4} - \frac{34}{4}\right) * \frac{4}{63}} =$$

$$\frac{\frac{63 + 44}{12} * \frac{100}{107}}{\frac{38}{100} * \frac{100}{19}} + \frac{\frac{33 + 46}{12} * \frac{1}{79}}{\frac{9}{4} * \frac{4}{63}} =$$

$$\frac{\frac{100}{12}}{20} + \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{7}} = \frac{5}{12} + \frac{7}{12} = 1.$$

N3 (1-3):

$$\frac{0,6 + 4 * \left(8 - 0,9 * \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right)\right)}{\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{7}\right) * \frac{2}{5} : 8,2 + \frac{33}{35}} - 28,6 = \frac{0,6 + 4 * \left(8 - \frac{9}{10} * \frac{5}{9}\right)}{\frac{21 + 20}{35} * \frac{2}{5} * \frac{10}{82} + \frac{33}{35}} - 28,6 =$$

$$\frac{0,6 + 4 * 7,5}{\frac{41}{35} * \frac{2}{5} * \frac{10}{82} + \frac{33}{35}} - 28,6 = \frac{\frac{153}{5}}{\frac{2}{35} + \frac{33}{35}} - 28,6 = 30,6 - 28,6 = 2.$$

N4 (1-4):

$$\frac{4\frac{3}{5} : \left(\frac{19}{40} + 0,8 - 0,125\right) - 3}{\left(\frac{2}{7} + \frac{5}{14}\right) : 7,9 + \frac{2}{7}} = \frac{\frac{23}{5} : \left(\frac{19 + 32 - 5}{40}\right) - 3}{\frac{4 + 75}{14} * \frac{10}{79} + \frac{2}{7}} =$$

$$\frac{\frac{23}{5} * \frac{40}{46} - 3}{\frac{10}{14} + \frac{2}{7}} = \frac{4-3}{1} = 1.$$

N5 (1-5):

$$\frac{31,5 : 12 \frac{3}{5} + 47,5 : 11 \frac{7}{8}}{29,4 : 10 \frac{4}{29} + 2,3} = \frac{31 \frac{1}{2} : \frac{63}{5} + 47 \frac{1}{2} : \frac{95}{8}}{29 \frac{4}{10} : 10 \frac{4}{29} + 2,3} =$$

$$\frac{\frac{63}{2} * \frac{5}{63} + \frac{95}{2} * \frac{8}{95}}{\frac{294}{10} * \frac{29}{294} + 2,3} = \frac{\frac{5}{2} + 4}{2,9 + 2,3} = \frac{\frac{13}{2}}{\frac{52}{10}} = \frac{13}{2} * \frac{10}{52} = 1,25.$$

N6 (1-6):

$$\frac{2 * (a-b)}{[\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}]^2 + [\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}]^2} * \frac{a+b+\sqrt{a*b}}{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}} =$$

$$\frac{2 * (a-b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + 2 * \sqrt[4]{a*b} + \sqrt{a} + \sqrt{b} - 2 * \sqrt[4]{a*b}} * \frac{a+b+\sqrt{a*b}}{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}} =$$


Jobmensa

MEINE TO DO'S

- ☒ Wohnung suchen
- ☒ Mit Mama zu IKEA fahren
- ☒ Stundenplan erstellen
- ☐ Nebenjob auf Jobmensa.de finden

Entdecke jetzt deutschland's größtes Jobportal für Studenten

$$\frac{2 * (\sqrt{a} - \sqrt{b}) * (\sqrt{a} + \sqrt{b})}{2 * (\sqrt{a} + \sqrt{b})} * \frac{a + b + \sqrt{a * b}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b}) * (\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{a * b})} =$$

$$= 1.$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) * (a^2 + b^2 + a * b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) * (a^2 + b^2 - a * b)$$

N7 (1-7):

$$\frac{\sqrt{\left(a^{\frac{1}{n}} + a^{\frac{1}{m}}\right)^2 + 4 * a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}}{\sqrt{\left(a^{\frac{2}{n}} + a^{\frac{2}{m}}\right)^2 - 4 * a^{\frac{2}{n} + \frac{2}{m}}}}} =$$

$$\frac{\sqrt{\left(a^{\frac{2}{n}} + a^{\frac{2}{m}} - 2 * a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\right) + 4 * a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}}{\sqrt{\left(a^{\frac{4}{n}} + a^{\frac{4}{m}} + 2 * a^{\frac{2}{n} + \frac{2}{m}}\right) - 4 * a^{\frac{2}{n} + \frac{2}{m}}}}} =$$

$$\frac{\sqrt{\left(a^{\frac{2}{n}} + a^{\frac{2}{m}} + 2 * a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\right)}}{\sqrt{\left(a^{\frac{4}{n}} + a^{\frac{4}{m}} - 2 * a^{\frac{2}{n} + \frac{2}{m}}\right)}} = \frac{a^{\frac{1}{n}} + a^{\frac{1}{m}}}{a^{\frac{2}{n}} - a^{\frac{2}{m}}} =$$

$$\frac{1}{a^{\frac{1}{n}} - a^{\frac{1}{m}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a} - \sqrt[m]{b}}.$$

N8 (1-8):

$$\frac{x^2 - 3x - 1}{3x^2 - 6x} - \frac{12 - 3x}{8 - 4x} = \frac{x^2 - 3x - 1}{3x * (x - 2)} - \frac{3 * (4 - 3x)}{4 * (2 - x)} =$$

$$\frac{x^2 - 3x - 1}{3x * (x - 2)} + \frac{3 * (4 - 3x)}{4 * (x - 2)} = \frac{4 * (x^2 - 3x - 1) + 3 * (4 - 3x) * 3x}{3x * (x - 2) * 4} =$$

$$\frac{4x^2 - 12x - 4 + 36x - 9x^2}{12x * (x - 2)} = \frac{-5x^2 + 24x - 4}{12x^2 - 24x}.$$

N9 (1-9):

$$\frac{x^{-1}}{x^{5/4} + x^{3/2}} * \frac{x + 1}{1 + x^{1/2}} * x^{1/4} + 1 =$$

$$\frac{x-1}{x^{5/4}+x^{3/2}} * \frac{x^{5/4}+x^{6/4}}{1+x^{1/2}} + 1$$

$$\frac{x-1}{1+x^{1/2}} + 1 = \frac{(1+\sqrt{x}) * (1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})} + 1 = \sqrt{x}.$$

N10 (1-10):

$$\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} * \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) : \frac{a-b-c}{abc} =$$

$$\frac{b+c-a}{b+c+a} * \frac{(b+c)^2 - a^2}{2} * \frac{a}{a-b-c} =$$

$$\frac{(b+c-a) * (b+c+a) * (b+c-a) * a}{2 * (b+c+a) * (a-b-c)} =$$

$$\frac{(b+c-a) * (b+c-a) * a}{2 * (a-b-c)} = \frac{(a-b-c) * (a-b-c) * a}{2 * (a-b-c)} =$$

$$\frac{a * (a-b-c)}{2}.$$

N11 (1-11):

$$\frac{(x^2-y^2) * (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})}{\sqrt[3]{x^5} - \sqrt[3]{y^5} + \sqrt[3]{x^2 y^3} - \sqrt[3]{x^3 y^2}} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) =$$

$$\frac{(x^2-y^2) * (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})}{x * \sqrt[3]{x^2} - y * \sqrt[3]{y^2} + y * \sqrt[3]{x^2} - x * \sqrt[3]{y^2}} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) =$$

$$\frac{(x^2-y^2) * (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})}{\sqrt[3]{x^2} * (x+y) - \sqrt[3]{y^2} * (x+y)} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) =$$

$$\frac{(x-y) * (x+y) * (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})}{(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2}) * (x+y)} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) =$$

$$\frac{(x-y) * (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})}{(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}) * (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) =$$

$$\frac{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}) * (\sqrt[3]{y^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{x^2})}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) =$$

$$\sqrt[3]{x^2}.$$

N12 (1-12):

$$\begin{aligned}
& \frac{(p^2 - \frac{1}{q^2})^p * (p - \frac{1}{q})^{q-p}}{(q^2 - \frac{1}{p^2})^q * (p + \frac{1}{q})^{p-q}} = \\
& \frac{(p^2 q^2 - 1)^p * (pq - 1)^{q-p} * p^{2q} q^{p-q}}{(p^2 q^2 - 1)^q * (pq + 1)^{p-q} * q^{2p} q^{q-p}} = \\
& \frac{(pq-1)^p (pq+1)^p (pq-1)^q (pq+1)^q p^{2q} q^{p-q}}{(pq-1)^q (pq+1)^q (pq+1)^p (pq-1)^p q^{2p} q^{q-p}} = \frac{p^{2q} q^{p-q}}{q^{2p} q^{q-p}} = \\
& p^{2q} * q^{p-q-2p-q+p} = p^{2q} * q^{-2q} = (\frac{p}{q})^{2q}.
\end{aligned}$$

N13 (1-13):

$$\begin{aligned}
& (\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b}} + \frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2} - a + b}) : \sqrt{\frac{a^2}{b^2} - 1} = \\
& (\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b}} + \frac{\sqrt{a-b} * \sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b} * (\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b})}) * \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}} = \\
& (\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b}} + \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}}) * \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}} = \\
& \frac{\sqrt{a-b} * (\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})}{(a+b) - (a-b)} * \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}} = 1.
\end{aligned}$$

strategy&

Bewirb Dich bis zum
18. Oktober 2015.

DATA EMERGENCY

7. - 9. November 2015,
Berlin

Gesundheitsbranche in der Datenkrise!
Deine innovativen Ideen und Strategien zum Thema e-Health sind gefragt.
Entwickle gemeinsam mit Strategy&-Beratern Hightech-Strategien für eine
gesunde Zukunft.

Mehr Informationen unter www.strategyand.pwc.com/DBTacademy

© 2015 PwC. All rights reserved.
PwC refers to the PwC network and/or one or more of its member firms, each of which is a separate legal entity.
Please see www.pwc.com/structure for further details.

N14 (1-14):

$$\begin{aligned} & \frac{2 * (a - b)}{(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})^2 + (\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})^2} * \frac{a+b+\sqrt{ab}}{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}} = \\ & \frac{2 * (a - b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + 2 * \sqrt[4]{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b} - 2 * \sqrt[4]{ab}} * \frac{a+b+\sqrt{ab}}{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}} = \\ & \frac{2 * (a - b)}{2 * (\sqrt{a} + \sqrt{b})} * \frac{a+b+\sqrt{ab}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b}) * (\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{ab})} = 1. \end{aligned}$$

N15 (1-15):

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = x \\ & (a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \\ & 9 + \sqrt{80} + 9 - \sqrt{80} + 3 * \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} * \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = x^3 \\ & 18 + 3x = x^3 \\ & x^3 - 3x - 18 = 0 \\ & (x - 3)(x^2 + 3x + 6) = 0 \Rightarrow \\ & x_1 = 3 \text{ und} \\ & x_1 = 3 \text{ weil } x_{2,3} \text{ nicht } \in \mathbb{R} \text{ sind} \end{aligned}$$

N16 (2-1):

$$\begin{aligned} & x - 9 + \frac{5}{x-9} = 6 \\ & x - 9 := z \\ & z + \frac{5}{z} = 6 \\ & z^2 - 6z + 5 = 0 \\ & z = 3 + \sqrt{9 - 5} = 5 \text{ oder } z = 3 - \sqrt{9 - 5} = 1, d. h. \\ & x - 9 = 5, x_1 = 14 \text{ oder} \\ & x - 9 = 1, x_2 = 10. \end{aligned}$$

N17 (2-2):

$$x^4 + \frac{21}{2 + x^4} = 8.$$

$$2x^4 + x^8 + 21 - 16 - 8x^4 = 0$$

$$x^8 - 6x^4 + 5 = 0$$

$$x^4 := y \geq 0$$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

$$y = 3 \pm \sqrt{9 - 5} = 5 \text{ oder } 1, d.h.$$

$$x^4 = 5, x_{1,2} = \pm \sqrt[4]{5} \text{ oder}$$

$$x^4 = 1, x_{3,4} = \pm 1.$$

N18 (2-3):

$$\frac{8}{8+x^2} + \frac{11}{11+x^2} = 2$$

$$\frac{8x^2+88+11x^2+88}{(x^2+8)(x^2+11)} = 2$$

$$19x^2 + 2 \cdot 88 = 2 \cdot (x^4 + 19x^2 + 8 \cdot 11)$$

$$2x^4 + 19x^2 = x^2 \cdot (2x^2 + 19) = 0$$

$$x_{1,2} = 0.$$

N19 (2-4):

$$\sqrt{7x-21} + \sqrt{2x+21} = 3 \cdot \sqrt{x}$$

$$7x-21 + 2x+21 + 2 \cdot \sqrt{(7x-21) \cdot (2x+21)} = 9x$$

$$\sqrt{(7x-21) \cdot (2x+21)} = 0$$

$$7x-21=0, x_1=3 \text{ oder } 2x+21=0, x_2=-10,5$$

Probe:

$$x_1=3 \Rightarrow \sqrt{(7 \cdot 3 - 21)} + \sqrt{(2 \cdot 3 + 21)} = 3\sqrt{3}$$

$$0 + \sqrt{27} = 3\sqrt{3} - \text{OK.}$$

$$x_2=-10,5 \text{ ist keine Lösung wegen } \sqrt{x} > 0.$$

N20 (2-5):

$$\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = 2$$

$$\begin{aligned}
&1 + \sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} + \\
&+ 3 * \sqrt[3]{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})} \left(\sqrt[3]{1 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{x}} \right) = 8 \\
&2 + 6 * \sqrt[3]{1 - x} = 8 \\
&\sqrt[3]{1 - x} = 1 \\
&1 - x = 1 \\
&x = 1.
\end{aligned}$$

Probe:

$$\sqrt[3]{1 + \sqrt{0}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{0}} = 2 - \text{OK.}$$

N21 (2-6):

$$\begin{aligned}
&\sqrt{21 - x} + \sqrt{9 - x} = 8 \\
&21 - x + 9 - x + 2 * \sqrt{(21 - x)(9 - x)} = 64 \\
&30 - 2x + 2 * \sqrt{(21 - x)(9 - x)} = 64 \\
&2 * \sqrt{(21 - x)(9 - x)} = 2x + 34 \\
&(21 - x)(9 - x) = (x + 17)^2 \\
&21 * 9 - 21 * x - 9 * x + x^2 = x^2 + 34x + 17^2 \\
&64x = 189 - 289 \\
&x = -\frac{100}{64} = -\frac{25}{16}.
\end{aligned}$$

probe:

$$\sqrt{21 + \frac{25}{16}} + \sqrt{9 + \frac{25}{16}} = 8 - \text{OK.}$$

N22 (2-7):

$$^{10}\sqrt{\frac{6-x}{x+2}} + ^{10}\sqrt{\frac{x+2}{6-x}} = 2$$

$$\sqrt[10]{\frac{6-x}{x+2}} := y \geq 0$$

$$y + \frac{1}{y} = 2$$

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(y - 1)^2 = 0$$

$$y = 1$$

$$\sqrt[10]{\frac{6-x}{x+2}} = 1$$

$$\frac{6-x}{x+2} = 1^{10}$$

$$(y - 1)^2 = 0$$

$$y = 1$$

Deloitte.

Calling for Berlin Technology Advisory kennenlernen

Consulting hautnah erleben
5. – 7. November 2015
www.deloitte.com/de/calling-for-berlin

© 2015 Deloitte Consulting GmbH



$$\sqrt[10]{\frac{6-x}{x+2}} = 1$$

$$\frac{6-x}{x+2} = 1^{10}$$

$$6 - x = x + 2$$

$$4 = 2 * X$$

$$x = 2 .$$

Probe:

$$\sqrt[10]{\frac{6-2}{2+2}} + \sqrt[10]{\frac{2+2}{6-2}} = 2 - \text{OK.}$$

N23 (2-8):

$$\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0$$

$$(x+2)^3 = (3x+2)^2$$

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 9x^2 + 12x + 4$$

$$x^3 - 3x^2 + 4 = 0$$

$$x_1 = -1 \text{ und aus}$$

$$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x + 1) = (x^2 - 4x + 4)$$

$$x_{2,3} = 2 \pm 0 = 2$$

Probe:

$$\sqrt{-1+2} - \sqrt[3]{-3+2} = 1 - (-1) \neq 0$$

$$\sqrt{2+2} - \sqrt[3]{3*2+2} = 2 - 2 = 0 - \text{OK.}$$

$$X = 2 .$$

N24 (2-9):

$$\log 2 + \left(2 + \frac{1}{2x} \right) * \log 5 = \log \left(5^{\frac{1}{x}} - 9375 \right)$$

$$\log \left(2 * 5^{2+\frac{1}{2x}} \right) = \log \left(5^{\frac{1}{x}} - 9375 \right)$$

$$2 * 25 * 5^{\frac{1}{2x}} = 5^{\frac{1}{x}} - 9375$$

$$5^{\frac{1}{2x}} := y \geq 0 \quad (1)$$

$$50 y = y^2 - 9375$$

$$y^2 - 50 y - 9375 = 0$$

$$y_{1,2} = 25 \pm \sqrt{625 + 9375} = 25 \pm 100 = 125 \text{ oder } -75,$$

d. h.

$$5^{\frac{1}{2x}} = -75 - \text{wegen (1) ist keine Lösung oder}$$

$$5^{\frac{1}{2x}} = 5^3, \quad \frac{1}{2x} = 3, \quad x = \frac{1}{6}.$$

N25 (2-10):

$$\log(3-x) - \frac{1}{3} \log(9-x^3) = 0$$

$$\log \frac{3-x}{\sqrt[3]{9-x^3}} = \log 1$$

$$\frac{3-x}{\sqrt[3]{9-x^3}} = 1$$

$$3-x = \sqrt[3]{9-x^3}$$

$$27 - x^3 - 27x + 9x^2 = 9 - x^3$$

$$9x^2 - 27x + 18 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = 1,5 \pm \sqrt{1,5^2 - 2} = 1,5 \pm 0,5 = 1 \text{ oder } 2.$$

N26 (2-11):

$$(\log_3(9x))^2 - \log_3\left(\frac{x^2}{27}\right) = 6$$

$$(\log_3 9 + \log_3 x)^2 - (\log_3 x^2 + \log_3 27) = 6$$

$$\log_3 x := y$$

$$(2 + y)^2 - (2y - 3) = 6$$

$$y^2 + 4y + 4 - 2y + 3 - 6 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$(y + 1)^2 = 0$$

$$y = -1$$

$$\log_3 x = -1$$

$$x = \frac{1}{3}.$$



Mein Wissen rund um Big Data und SAP möchte ich sinnvoll einsetzen. Bin ich bei euch richtig, E.ON?

Lieber Herr Bennett, mit Ihren Fachkenntnissen können Sie bei uns viel bewegen.

Bringen Sie Ihr Know-how in zukunftsweisende Projekte und Applikationen ein: Ob bei der energetischen Vernetzung von Smart Homes, der Steuerung virtueller Kraftwerke oder der Realisierung anspruchsvoller Logistik-Konzepte – der Energiesektor bietet vielfältige Herausforderungen für IT-Consultants, -Architekten und -Projektmanager. Entfalten Sie Ihre Kompetenz und geben Sie Ihrer Karriere neue Impulse.

Ihre Energie gestaltet Zukunft.

top ARBEITGEBER DEUTSCHLAND 2015
CERTIFIED EXCELLENCE IN EMPLOYEE CONDITIONS

e.on

www.eon-karriere.com



N27 (2-12):

$$\log(\log x) + \log(\log x^5 - 4) = 0$$

$$\log(\log x * (5 * \log x - 4)) = 0$$

$$\log x := y$$

$$y(5y - 4) = 1$$

$$5y^2 - 4y - 1 = 0$$

$$y^2 - \frac{4}{5}y - \frac{1}{5} = 0$$

$$y = \frac{2 \pm 3}{5}$$

$$y_1 = 1 \text{ oder } y_2 = -\frac{1}{5}$$

$$\log x = 1, x_1 = 10 \text{ oder } \log x = -\frac{1}{5}, x_2 = 10^{-\frac{1}{5}}$$

$$\log(\log 10) + \log(\log 10^5 - 4) = 0 - \text{OK.}$$

Probe: $\log(\log 10^{-\frac{1}{5}}) + \log(\log 10^{-1} - 4) = 0$ – geht nicht,
weil $\log(-\frac{1}{5})$ ist nicht definiert

N28 (2-13):

$$(\log_2 x)^2 - \log_2 x^7 = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 64$$

$$(\log_2 x)^2 - 7 \log_2 x = -12$$

$$\log_2 x := y$$

$$y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$y_1 = 3 \text{ oder } y_2 = 4$$

$$\log_2 x = 3, x_1 = 8 \text{ oder}$$

$$\log_2 x = 4, x_2 = 16.$$

N29 (2-14):

$$\sin(2x) + 5 = 3 * (\tan x + \cot x)$$

$$\sin(2x) + 5 = 3 * (\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x})$$

$$\sin(2x) + 5 = 3 * (\frac{\cos x * \cos x + \sin x * \sin x}{\sin x * \cos x})$$

$$\sin(2x) := y , \text{ dabei}$$

$$-1 \leq y \leq 1 \quad (1)$$

$$y + 5 = \frac{6}{y}$$

$$y^2 + 5y - 6 = 0$$

$$y = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$y_1 = 1 \text{ oder } y_2 = -6 \text{ wegen } (1) \text{ ist keine Lösung}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

N30 (2-15):

$$(\sin x - \cos x)^2 = (\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2})^2$$

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 - 2 \sin x \cos x =$$

$$(\sin \frac{x}{2})^2 + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + (\cos \frac{x}{2})^2$$

$$1 - \sin(2x) = 1 + \sin x$$

$$\sin x + \sin(2x) = 0$$

$$\sin x + 2 \sin x \cos x = 0$$

$$\sin x (1 + 2 \cos x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 & \text{oder} \\ 1 + 2 \cos x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi k \text{ oder} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \pi k & \text{oder} \\ x_2 = (-1)^k \frac{\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}.$$

N31 (2-16):

$$\cos(2x) + 2(\sin x)^3 - \sin x = 0$$

$$\cos(2x) + \sin x * (2(\sin x)^2 - 1) = 0$$

$$\cos(2x) - \sin x * \cos(2x) = 0$$

$$\cos(2x) * (1 - \sin x) = 0$$

a) $\cos(2x) = 0$

1

Ziel:

Du entwickelst unsere Zukunft.

Wir Deine.

IT-Traineeprogramm

In 18 Monaten durchläufst Du 3 verschiedene Stationen, wirst von einer Führungskraft als Mentor betreut und profitierst von einem breiten Seminarangebot. Anschließend kannst Du eine Fach- oder Führungslaufbahn einschlagen.

www.perspektiven.allianz.de

Allianz Karriere

Allianz

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k ,$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k , k \in \mathbb{Z} \text{ oder}$$

$$\text{b) } 1 - \sin x = 0$$

$$x_2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k .$$

N32 (2-17):

$$(\sin(3x))^4 + (\cos(3x))^4 = \sin(3x) * \cos(3x)$$

$$((\sin(3x))^2 + (\cos(3x))^2)^2 - 2(\sin(3x))^2 * (\cos(3x))^2 = \sin(3x) * \cos(3x)$$

$$1 - \frac{[2 \sin(3x) * \cos(3x)]^2}{2} = \sin(3x) * \cos(3x)$$

$$1 - \frac{[\sin(6x)]^2}{2} = \frac{\sin(6x)}{2}$$

$$\sin(6x) := y , \text{ dabei}$$

$$-1 \leq y \leq 1 \quad (1)$$

$$1 - \frac{y^2}{2} = \frac{y}{2}$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$y_1 = 1 \text{ oder } y_2 = -2 \text{ wegen (1) ist keine Lösung}$$

$$6x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3} , k \in \mathbb{Z} .$$

N33 (2-18):

$$\sin(5x) + \sin(7x) = \sin(16x) - \sin(4x)$$

$$2 \sin(6x) * \cos(x) = 2 \sin(6x) * \cos(10x)$$

$$\sin(6x) * (\cos(10x) - \cos(x)) = 0$$

$$\sin(6x) * \sin\left(\frac{11x}{2}\right) * \sin\left(\frac{9x}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin(6x) = 0 \\ \sin\left(\frac{11x}{2}\right) = 0 \\ \sin\left(\frac{9x}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x = \pi k \\ \frac{11x}{2} = \pi k \\ \frac{9x}{2} = \pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\pi k}{6} \\ x_2 = \frac{2\pi k}{11} \\ x_3 = \frac{2\pi k}{9} \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}.$$

N34 (2-19):

$$\sin(9x) - \sin(5x) = \cos(8x) + \cos(6x)$$

$$2 \sin(2x) * \cos(7x) = 2 \cos(7x) * \cos(x)$$

$$\cos(7x) (\sin(2x) - \cos(x)) = 0$$

$$\cos(7x) * \cos(x) * (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos(7x) = 0 \\ \cos(x) = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x = (-1)^k * \frac{\pi}{6} + \pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{14} + \frac{\pi k}{7} \\ x_2 = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x_3 = (-1)^k * \frac{\pi}{6} + \pi k \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}.$$

N35 (2-20):

$$\cos(x) * \cos(2x) * \cos(4x) * \cos(8x) * \cos(16x) = \frac{1}{32}$$

$$\cos(x) * \cos(2x) * \cos(4x) * \cos(8x) * \cos(16x) *$$



Sind Sie bereit für IBM?

Lieben Sie Herausforderungen?

Möchten Sie innovative Lösungen für führende Unternehmen entwickeln?

Wollen Sie dem weltweit größten Beratungsunternehmen angehören?

Entdecken Sie Ihre vielfältigen Karrieremöglichkeiten. IBM ist auf der Suche nach den besten und hellsten Köpfen. Nach Menschen, die Möglichkeiten entdecken, wo andere nur Probleme sehen. Nach Mitarbeitern, die auch Mitgestalter sein wollen. Wir suchen diese Menschen aus dem Anspruch heraus, die Welt täglich ein bisschen besser zu machen. Sie sind ideengetrieben, zukunftsorientiert und möchten schon heute an den Lösungen von morgen arbeiten? Dann sollten wir uns kennenlernen!

Machen wir den Planeten ein bisschen smarter.
ibm.com/start/de

Alle Bezeichnungen, die in der männlichen Sprachform verwendet werden, schließen sowohl Frauen als auch Männer ein. IBM schafft ein offenes und tolerantes Arbeitsklima und ist stolz darauf, ein Arbeitgeber zu sein, der für Chancengleichheit steht. IBM, das IBM Logo und ibm.com sind Marken oder eingetragte Marken der International Business Machines Corp. in den Vereinigten Staaten und/oder anderen Ländern. Andere Namen von Firmen, Produkten und Dienstleistungen können Marken oder eingetragte Marken ihrer jeweiligen Inhaber sein. © 2010 IBM Corp. Alle Rechte vorbehalten.



$$\sin x = \frac{\sin x}{32}$$

$$\sin(32x) = \sin x$$

$$\sin\left(\frac{31x}{2}\right) * \cos\left(\frac{33x}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{31x}{2} = \pi k \\ \frac{33x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2\pi k}{31} \\ x_2 = \frac{2\pi k}{33} + \frac{\pi}{33} \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}.$$

N36 (3-1):

$$(3051)_{10} \rightarrow (x)_5$$

$$3051 = 4*5^4 + 4*5^3 + 2*5^2 + 0*5^1 + 1*5^0 = (44201)_5$$

N37 (3-2):

$$(305)_7 \rightarrow (x)_{10}$$

$$(305)_7 = 3*7^2 + 0*7^1 + 5*7^0 = (305)_7$$

N38 (3-3):

$$(214)_5 \rightarrow (x)_4$$

a) $(214)_5 \rightarrow (x)_{10}$

$$(214)_5 = 2*5^2 + 1*5^1 + 4*5^0 = (59)_{10}$$

b) $(59)_{10} = (x)_4$

$$(59)_{10} = 3*4^2 + 2*4^1 + 3*4^0 = (323)_4$$

N39 (3-4):

$$(100111001101)_2 \rightarrow (x)_4, (x)_8, (x)_H$$

$$4 = 2^2 \rightarrow (10\ 01\ 11\ 00\ 11\ 01)_2 = (213031)_4$$

$$8 = 2^3 \rightarrow (100\ 111\ 001\ 101)_2 = (4715)_8$$

$$H = 2^4 \rightarrow (1001\ 1100\ 1101)_2 = (9CD)_H$$

$$H = 4^2 \rightarrow (21\ 30\ 31)_4 = (9CD)_H$$

N40 (3-5):

$$a_n = 3a_{n-1} + 2, \quad a_1 = 5$$

$$a_n = 3a_{n-1} + 2 = 3(3a_{n-2} + 2) + 2 = 3^2a_{n-2} + 3 \cdot 2 + 2$$

$$= 3^2(3a_{n-3} + 2) + 3 \cdot 2 + 2 =$$

$$= 3^3a_{n-3} + 3^2 \cdot 2 + 3^1 \cdot 2 + 2 = \dots =$$

$$= 3^{n-1}a_1 + (3^{n-2} + 3^{n-3} + \dots + 3^0) \cdot 2 =$$

$$= 5 \cdot 3^{n-1} + 2 \cdot \frac{3^{n-1}-1}{3-1} = 5 \cdot 3^{n-1} + 3^{n-1} - 1 =$$

$$= 6 \cdot 3^{n-1} - 1 = 2 \cdot 3^n - 1.$$

JETZT BEWERBUNG AUFPOLIEREN.

Bereiten Sie sich optimal auf den Bewerbungsprozess vor und geben Sie Ihrem Profil den letzten Schliff. Nutzen Sie unsere Tipps, Persönlichkeitstests und kostenlosen E-Books zu Studium, Business und Karriere.







VORWEG GEHEN

N41 (3-6):

$$\begin{aligned}
a_n &= 5a_{n-1} - 3, \quad a_1 = 7 \\
a_n &= 5a_{n-1} - 3 = 5(5a_{n-2} - 3) - 3 = 5^2a_{n-2} - 5 \cdot 3 - 3 \\
&= 5^2(5a_{n-3} - 3) - 5 \cdot 3 - 3 = \\
&= 5^3a_{n-3} - 5^2 \cdot 3 - 5^1 \cdot 3 - 3 = \dots = \\
&= 5^{n-1}a_1 - 3 \cdot (5^{n-2} + 5 + \dots + 5) = \\
&= 7 \cdot 5^{n-1} - 3 \cdot \frac{5^{n-1}-1}{5-1} = 7 \cdot 5^{n-1} - 3 \cdot \frac{5^{n-1}-1}{4} = \\
&= \frac{28 \cdot 5^{n-1} - 3 \cdot 5^{n-1} + 3}{4} = \frac{25 \cdot 5^{n-1} + 3}{4} = \frac{5^{n+1} + 3}{4}.
\end{aligned}$$

N42 (3-7):

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k} \quad (1)$$

$$\binom{20}{1} + \binom{20}{3} + \dots + \binom{20}{17} = x$$

Aus (1) bei $a=1$ und $b=-1$ folgt

$$\binom{20}{1} + \binom{20}{3} + \dots + \binom{20}{17} = x$$

$$[\binom{20}{1} + \binom{20}{3} + \dots + \binom{20}{17}] + \binom{20}{19} = \frac{20^2}{2}$$

$$x + 20 = 20^{19}$$

$$x = 20^{19} - 20.$$

N43 (3-8):

$$\binom{30}{2} 7^2 + \binom{30}{3} 7^3 + \dots + \binom{30}{29} 7^{29} = x$$

$$(7+1)^{30} = \binom{30}{0} 7^0 + \binom{30}{1} 7^1 + x + \binom{30}{30} 7^{30}$$

$$x = 8^{30} - 1 - 30 \cdot 7 - 7^{30}.$$

N44 (3-9):

$$-\binom{17}{2} 5^2 + \binom{17}{3} 5^3 - \dots - \binom{17}{16} 5^{16} = x$$

$$(5-1)^{17} = -\binom{17}{0}5^0 + \binom{17}{1}5^1 + x + \binom{17}{17}5^{17}$$

$$x = 4^{17} + 1 - 17 * 5 - 5^{17} .$$

N45 (3-10):

$$\binom{25}{2}4^2 * 9^{23} + \binom{25}{3}4^3 * 9^{22} + \dots + \binom{25}{24}4^{24} * 9^1 = x$$

$$(4+9)^{25} = \binom{25}{0}4^0 * 9^{25} + \binom{25}{1}4^1 * 9^{24} + x + \binom{25}{25}4^{25} * 9^0$$

$$x = 13^{25} - 9^{25} - 25 * 4 * 9^{24} - 4^{25} .$$

N46 (3-11):

$$1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2 \quad (1)$$

Step-1:

$$n=1 \rightarrow 1 = 1^2 - OK.$$

Step-2:

Wenn A(k) stimmt:

$$1+3+5+\dots+(2k-1)=k^2 \quad (2)$$

dann muss es auch A(k+1) gelten:

$$1+3+5+\dots+(2k-1)+(2k+1)=(k+1)^2$$

Beweis:

$$\begin{aligned} (1+3+5+\dots+(2k-1)) + (2k+1) &= k^2 + (2k+1) \\ &= (k+1)^2 - OK. \end{aligned}$$

N47 (3-12):

$$1+5+9+\dots+(4n-3)=n(2n-1) \quad (1)$$

Step-1:

$$n=1 \rightarrow 1 = 1*(2-1) - OK.$$

Step-2:Wenn $A(k)$ stimmt:

$$1+5+9 \dots + (4k-3) = k(2k-1) \quad (2)$$

dann muss es auch $A(k+1)$ gelten:

$$1+5+9 \dots + (4k-3) + (4k+1) = (k+1) * (2k+1)$$

Beweis:

$$\begin{aligned} 1+5+9 \dots + (4k-3) + (4k+1) &= \\ k(2k-1) + (4k+1) &= k(2k-1) + (2k-1) + (2k+2) = \\ (2k-1)*(k+1) + 2*(k+1) &= (k+1)*(2k+1) - \text{OK.} \end{aligned}$$

N48 (3-13):

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n*(n+1)*(2n+1)}{6}$$

be > your degree

Bring your talent and passion to a global organization at the forefront of business, technology and innovation. Discover how great you can be.

Visit accenture.com/bookboon

Be greater than.
consulting | technology | outsourcing

accenture
High performance. Delivered.

© 2013 Accenture. All rights reserved.

Download free eBooks at bookboon.com

Step-1:

$$n=1 \rightarrow 1^2 = \frac{1*(1+1)*(2*1+1)}{6} - OK.$$

Step-2:

Wenn A(k) stimmt:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k*(k+1)*(2k+1)}{6}$$

dann muss es auch A(k+1) gelten:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)*(k+2)*(2k+3)}{6}$$

Beweis:

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 &= \\ \frac{k*(k+1)*(2k+1)}{6} + (k+1)^2 &= \frac{k*(k+1)*(2k+1) + 6(k+1)^2}{6} = \\ \frac{(k+1)*[k(2k+1)+6(k+1)]}{6} &= \frac{(k+1)*[2k^2+k+6k+6]}{6} = \\ \frac{(k+1)*[2k^2+7k+6]}{6} &= \frac{(k+1)*2(k+2)*(k+\frac{3}{2})}{6} = \frac{(k+1)*(k+2)*(2k+3)}{6}. \end{aligned}$$

N49 (4-1):

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, k = 2$$

$$a) B A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 9 \\ 34 & 24 \end{pmatrix}$$

$$b) k*A = 2 * \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$c) C - k*B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} - 2 * \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -5 \\ -8 & -9 & -10 \end{pmatrix}.$$

$$d) B * C^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 17 \end{pmatrix}.$$

N50(4-2):

$$a) A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{ccccc} 3 & 4 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{Det } A = (0+4+2) - (0+3+24) = 6-27 = -21$$

$$b) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Det } A = 2 * (-1)^{2+3} * \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} +$$

$$+ 4 * (-1)^{4+3} * \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$-2 * [(9 + 6 + 8) - (36 + 1 + 12)] -$$

$$4 * [(0 + 27 + 16) - (0 + 6 + 12)] =$$

$$-2 * (23-49) - 4 * (43-18) = 52-100 = -48 .$$

N51(4-3):

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad A^{-1} = ?$$

$$\text{Det } A = (2+2+0) - (3+0+12) = -11 \neq 0 \quad \text{d.h.} \quad \exists A^{-1}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} * \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} * \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 8$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} * \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} * \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} * \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} * \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -4$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} * \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} * \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -5$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} * \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

Probe:

$$A * A^{-1} = E$$

N52(4-4):

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

The advertisement features a dark blue background. On the left, there is a detailed illustration of a human brain, but instead of a natural brain, the interior is filled with a complex engine, complete with pistons, valves, and various mechanical components. The McKinsey & Company logo is in the top left corner. The main headline 'Start your engines.' is in large, bold, yellow letters. Below it, the text 'McKinsey sucht Ingenieure. Nutzen Sie Ihr Potenzial und starten Sie durch.' is in white. At the bottom right, the URL 'Mehr auf mckinsey.de/ingenieure' is displayed in white.

McKinsey&Company

Start your engines.

McKinsey sucht Ingenieure.
Nutzen Sie Ihr Potenzial
und starten Sie durch.

Mehr auf mckinsey.de/ingenieure



a) Ranganalyse:

$$\text{Det } A = (2-6-6) - (9+1+8) = -28 \neq 0,$$

$$\text{d. h. } \text{Rang}(A) = 3, \text{ d. h. } \text{Rang}(A|b) = 3,$$

d. h. $\exists$ eine Lösung.

b) Gauss Verfahren:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 0x - 3y - 7z = -10 \\ 0x - 7y - 7z = -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 0x + 21y + 49z = 70 \\ 0x - 21y - 21z = -42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 0x + 21y + 49z = 70 \\ 0x - 0y + 28z = 28 \end{cases}$$

$$28z = 28, \text{ d. h. } z = 1$$

$$21y + 49z = 70, \text{ d. h. } 21y = 21 \text{ und } y = 1$$

$$x + 2y + 3z = 6, \text{ d. h. } x = 1.$$

$$L = \{1, 1, 1\}.$$

N53(4-5):

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - y - z = 0 \\ 2x + y + 3z = 3 \end{cases}$$

a) Ranganalyse:

$$D = \text{Det } A = (-3-1-2) - (2+3-1) = -10 \neq 0$$

$$\text{d. h. } \text{Rang}(A) = 3, \text{ d. h. } \text{Rang}(A|b) = 3,$$

d. h. $\exists$ eine Lösung.

b) Kraemer Verfahren:

$$D1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-6+0-3) - (3-2-0) = -10$$

$$D2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 3 \end{vmatrix} = (0-3-4) - (0-3+6) = -10$$

$$D3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-3+2+0) - (-4+0+3) = 0$$

$$x_1 = \frac{D1}{D} = 1, \quad x_2 = \frac{D2}{D} = 1, \quad x_3 = \frac{D3}{D} = 0$$

$$L = \{1, 1, 0\}.$$

N54(4-6):

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Det } A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0, \text{ d. h. Rang } (A) \neq 3$$

$$\text{Det } A^* = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1-1 = -2 \neq 0, \text{ d. h. Rang } (A) = 2$$

$$\text{Det } (A|b)_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Det } (A|b)_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -3 \neq 0, \text{ d. h. Rang } (A|b) = 3$$

d.h. $\nexists$ Lösung .

N55(4-7):

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 6 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Det } A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0, \text{ d. h. Rang } (A) \neq 3$$

$$\text{Det } A^* = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2 \neq 0, \text{ d. h. } \text{Rang}(A) = 2$$

$$\text{Det } (A|b)_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Det } (A|b)_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Det } (A|b)_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(Gleichung-1) – (Gleichung-2) ist

$$0x + 0y + 0z = 0, z = k, k \in \mathbb{R}$$

(Gleichung-1) + (Gleichung-3) ist

$$2x = 4, \text{ d. h. } x = 2.$$

Aus Gleichung-1 ist:

$$y = 3 - x - z = 3 - 2 - k = 1 - k, y = 1 - k.$$

$$L = \{ 2; 1 - k; k; k \in \mathbb{R}. \}$$

IELTS™ **UNIVERSITY OF CAMBRIDGE** **TOEFL iBT**

**GEWINNE EINEN
SPRACHKURS IN MIAMI MIT
EXAMENSVORBEREITUNG**

Bereite Dich mit EF Sprachreisen auf ein international anerkanntes Sprachzertifikat wie TOEFL, Cambridge oder IELTS vor.

www.ef.com/bookboon

JETZT TEILNEHMEN!

Education First



N56(4-8):

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Schritt-1: eigene Werte

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)(3-\lambda)-2$$

$$\lambda^2 - 5\lambda + 4 = 0, \lambda_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

d.h. $\lambda_1 = 1$ und $\lambda_2 = 4$ – eigene WerteSchritt-2: eigene Vektorenbei $\lambda_1 = 1$ ist $AX_1 = \lambda_1 X_1$

$$\begin{pmatrix} 2-1 & 1 \\ 2 & 3-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

$$x_1 = -x_2$$

$$\text{d.h. } x_2 = k, x_1 = -k, X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

und bei $\lambda_2 = 4$ ist $AX_2 = \lambda_2 X_2$

$$\begin{pmatrix} 2-4 & 1 \\ 2 & 3-4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$$

$$x_2 = 2x_1$$

$$\text{d.h. } x_1 = k, x_2 = 2k, X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Basis mit eigenen Vektoren (nicht orthogonal)

Schritt-3: Gramm-Schmidt Orthogonalisierung

$$b_1 = X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$b_2 = X_2 - \frac{b_1^T \cdot X_2}{b_1^T \cdot b_1} \cdot b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{(1, -1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}{(1, -1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 3/2 \end{pmatrix}$$

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3/2 \\ 3/2 \end{pmatrix} \right\rangle = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0, \text{ d.h. } b_1 \text{ und } b_2 \text{ sind senkrecht}$$

Schritt-4: Normierung.

$$b_1^0 = \frac{b_1}{|b_1|}, \text{ wobei } |b_1| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$b_1^0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \text{ und}$$

$$b_2^0 = \frac{b_2}{|b_2|}, \text{ wobei } |b_2| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$b_2^0 = \begin{pmatrix} \frac{3/\sqrt{2}}{3/\sqrt{2}} \\ \frac{3/\sqrt{2}}{3/\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \text{ und}$$

$$\text{ONB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \text{orthonormiertes Basis.}$$

N57(5-1):

$$y = \frac{1+x}{1-x}, y' = ? \text{ (per Definition)}$$

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{1+(x+\Delta x)}{1-(x+\Delta x)} - \frac{1+x}{1-x}}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1-x) \cdot (1+x+\Delta x) - (1+x) \cdot (1-x-\Delta x)}{\Delta x \cdot (1-x) \cdot (1-x-\Delta x)} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta x \cdot (1-x) \cdot (1-x-\Delta x)} = \frac{2}{(1-x)^2}.$$

N58(5-2):

$$y = 4^x + x^4 - 3e^x + \sqrt[4]{x}, y' = ?$$

$$y' = (4^x + x^4 - 3e^x + \sqrt[4]{x})' = 4^x \cdot \ln 4 + 4x^3 - 3e^x + \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} = 4^x \cdot \ln 4 + 4x^3 - 3e^x + \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}.$$

N59(5-3):

$$y = x * \ln x, \quad y' = ?$$

$$y' = (x * \ln x)' = 1 * \ln x + \frac{1}{x} * x = \ln x + 1.$$

N60(5-4):

$$y = \frac{3x^2 - 7x}{3x - 5}, \quad y' = ?$$

$$y' = \left(\frac{3x^2 - 7x}{3x - 5} \right)' = \frac{(6x - 7) * (3x - 5) - 3 * (3x^2 - 7x)}{(3x - 5)^2} =$$

$$\frac{18x^2 - 30x - 21x + 35 - 9x^2 + 21x}{(3x - 5)^2} = \frac{9x^2 - 30x + 35}{(3x - 5)^2}.$$

N61(5-5):

$$y = (x^7 - 8x^5 + 4x^2 - 3)^{81}, \quad y' = ?$$

$$y' = 81 (x^7 - 8x^5 + 4x^2 - 3)^{80} (x^7 - 8x^5 + 4x^2 - 3)' =$$

$$81 (x^7 - 8x^5 + 4x^2 - 3)^{80} * (7x^6 - 40x^4 + 8x).$$



START UP - MEHR ALS EIN
TRAINEE-PROGRAMM.
JETZT BEWERBEN!

Die Antwort auf fast alles.
Antworten auf Ihre Karrierefragen finden
Sie hier: www.telekom.com/absolventen

Jetzt bewerben!

T . . .

ERLEBEN, WAS VERBINDET.

N62(5-6):

$$y = \ln(\sin x) , y' = ?$$

$$y' = \frac{1}{\sin x} * (\sin x)' = \frac{1}{\sin x} * \cos x .$$

N63(5-7):

$$y = e^{3x^5-7x} , y' = ?$$

$$y' = e^{3x^5-7x} * (3x^5 - 7x)' = e^{3x^5-7x} * (15x^4 - 7) .$$

N64(5-8):

$$2(a+b)=100 \text{ m}$$

$$a * b \rightarrow \max$$

$$a=? , b=?$$

$$a+b=50$$

$$a=50-b$$

$$f(b)=(50-b) * b = 50b - b^2$$

$$f(b)' = 50-2b=0 , \text{ d.h. } b=25$$

$$f(25)'' < 0 , \text{ d.h. } b=25 \text{ ist maximum und}$$

$$A=50-b=25 \text{ m} .$$

N65(6-1):

$$y_1 = x^2 \text{ und } y_2 = x^4 ;$$

A ist Fläche zwischen y_1 und y_2

$$x^2 = x^4 , x^2 - x^4 = 0 , x^2(1 - x^2) = 0$$

$$x_{1,2} = 0 \text{ und } x_{3,4} = \pm 1$$

$$A = \int_0^1 (x^2 - x^4) dx = \left(\frac{1^3}{3} - \frac{1^5}{5} \right) - \left(\frac{0^3}{3} - \frac{0^5}{5} \right) = \frac{2}{15} .$$

N66(6-2):

$$A = \int_1^\infty \frac{1}{x^3} dx = ?$$

$$A = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \left[\int_1^{\lambda} x^{-3} dx \right] = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \left[\frac{x^{-2}}{-2} \right]_1^{\lambda} =$$

$$- \frac{1}{2} \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{1} \right] = \frac{1}{2}.$$

N67(6-3):

$$A = \int (3x - 5)^{43} dx = ?$$

$$A = \int (3x - 5)^{43} dx = \left[u = 3x - 5; du = 3dx; dx = \frac{1}{3} du \right] =$$

$$\int u^{43} \frac{1}{3} du = \frac{1}{3} \int u^{43} du = \frac{1}{3 \cdot 44} u^{44} + c =$$

$$\frac{1}{3 \cdot 44} (3x - 5)^{44} + c, c \in \mathbb{R}.$$

N68(6-4):

$$\int \frac{\ln x}{x} dx = ?$$

$$\int \frac{\ln x}{x} dx = \left[u = \ln x; du = \frac{1}{x} dx; dx = x * du \right] =$$

$$\int u * du = \frac{u^2}{2} + c = \frac{(\ln x)^2}{2} + c, c \in \mathbb{R}.$$

N69(6-5):

$$\int \frac{4x^3 - 7}{x^4 - 7x + 9} dx = ?$$

$$\int \frac{4x^3 - 7}{x^4 - 7x + 9} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^4 - 7x + 9; \\ du = (4x^3 - 7) dx; \\ dx = \frac{1}{4x^3 - 7} * du \end{array} \right] =$$

$$\int \frac{4x^3 - 7}{u} * \frac{1}{4x^3 - 7} * du = \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c =$$

$$\ln|x^4 - 7x + 9| + c, c \in \mathbb{R}.$$

N70(6-6):

$$\int \frac{5 - 2x}{x^2 + 10x + 25} dx = ?$$

$$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2; x_{1,2} = -5$$

$$\frac{5-2x}{x^2+10x+25} = \frac{A}{x+5} + \frac{B}{(x+5)^2}$$

$$5-2x = A(x+5) + B = Ax + 5A + B$$

$$\begin{cases} 5 = 5A + B \\ -2 = A \end{cases}$$

$$A = -2 \text{ und } B = 5 - 5A = 15$$

$$\int \frac{5-2x}{x^2+10x+25} dx = \int \frac{-2}{x+5} dx + \int \frac{15}{(x+5)^2} dx =$$

$$-2 \cdot \ln|x| + 15 \cdot \int (x+5)^{-2} dx =$$

$$-2 \cdot \ln|x| - \frac{15}{x+5} + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

N71(6-7):

$$\int \frac{3x^3+1}{x^2-6x} dx = ?$$

$$(3x^3 + 1) : (x^2 - 6x) = 3x + 18 + \frac{108x+1}{x^2-6x}$$

$$x^2 - 6x = x(x - 6); \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 6$$



Machen Sie die Zukunft sichtbar

Kleine Chips, große Wirkung: Heute schon sorgt in rund der Hälfte aller Pässe und Ausweise weltweit ein Infineon Sicherheitscontroller für den Schutz ihrer Daten. Gleichzeitig sind unsere Halbleiterlösungen der Schlüssel zur Sicherheit von übermorgen. So machen wir die Zukunft sichtbar.

Was wir dafür brauchen? Ihre Leidenschaft, Kompetenz und frische Ideen. Kommen Sie zu uns ins Team! Freuen Sie sich auf Raum für Kreativität und Praxiserfahrung mit neuester Technologie. Egal ob Praktikum, Studienjob oder Abschlussarbeit: Bei uns nehmen Sie Ihre Zukunft in die Hand.

Für Studierende und Absolventen (w/m):

- > Ingenieurwissenschaften
- > Naturwissenschaften
- > Informatik
- > Wirtschaftswissenschaften



www.infineon.com/karriere



charta der vielfalt



$$\frac{108x + 1}{x^2 - 6x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x - 6}$$

$$A(x-6) + Bx = 108x + 1$$

$$\begin{cases} 108 = A + B \\ 1 = -6A \end{cases}$$

$$A = -\frac{1}{6} \text{ und } B = 108 - A = 108\frac{1}{6}$$

$$\int \frac{3x^3 + 1}{x^2 - 6x} dx = \int \left[(3x + 18) + \frac{\frac{1}{6}}{x} + \frac{108\frac{1}{6}}{x-6} \right] dx =$$

$$3 * \frac{x^2}{2} + 18x - \frac{1}{6} \ln|x| + 108\frac{1}{6} * \ln|x-6| + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

N72 (6-8):

$$\int x^2 \sin x dx = \left[\begin{matrix} u' = \sin x, & u = -\cos x \\ v = x^2, & v' = 2x \end{matrix} \right] =$$

$$-x^2 \cos x + 2 \int x \cos x dx = -x^2 \cos x + 2 * I_1 = I$$

$$I_1 = \int x \cos x dx = \left[\begin{matrix} u' = \cos x, & u = \sin x \\ v = x, & v' = 1 \end{matrix} \right] = x \sin x - \int \sin x dx \\ = x \sin x + \cos x + c$$

$$I = -x^2 \cos x + 2 * (x \sin x + \cos x) + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

N73(6-9):

$$\int e^x \sin x dx = \left[\begin{matrix} u' = \sin x, & u = -\cos x \\ v = e^x, & v' = e^x \end{matrix} \right] =$$

$$-e^x \cos x + \int e^x \cos x dx = \left[\begin{matrix} u' = \cos x, & u = \sin x \\ v = e^x, & v' = e^x \end{matrix} \right] = -e^x \cos x + \\ e^x \sin x - \int e^x \sin x dx$$

$$2 * \int e^x \sin x dx = e^x (\sin x - \cos x)$$

$$\int e^x \sin x dx = \frac{e^x}{2} (\sin x - \cos x) + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

N74(6-10):

$$\int x^3 \ln x dx = \left[\begin{matrix} u' = x^3, & u = \frac{1}{4}x^4 \\ v = \ln x, & v' = \frac{1}{x} \end{matrix} \right] = \frac{1}{4}x^4 * \ln x - \frac{1}{4} \int \frac{1}{x} * x^4 dx =$$

$$\frac{1}{4}x^4 * \ln x - \frac{1}{4} \int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 \left(\ln x - \frac{1}{4} \right) + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$